$f(x) = x\left(2 + \frac{1}{x} - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$ donc $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$

2-a)Montrer que la droite (D) : y = 3x +1 est une asymptote à la courbe (C) de f au voisinage de - ∞.

$f(x) - (3x + 1) = -x - \sqrt{1 + x^2} = \frac{-1}{-x + \sqrt{1+x^2}} \to 0$ **lorsque x tend vers - ∞.Donc : la droite (D) : y = 3x +1 est une asymptote à la courbe (C) de f au voisinage de - ∞.**

b)Etudier le comportement asymptotique de (C) en + ∞.

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = 1 + \lim\limits_{x\to+\infty} \left(x - \sqrt{1 + x^2}\right) = 1$

Donc la courbe (C) de f admet la droite (Δ) : y = x + 1 comme asymptote au voisinage de + ∞.

***c)* Etudier les variations de f puis tracer (C).**

la fonction f est dérivable sur IR et

$f'(x) = 2 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$; $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \in]-1 ; 1[$ **d'où** $f'(x) > 0$

x	- ∞	+ ∞
f '(x)	+	
f(x)	- ∞	+∞

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn